

1) $y = 2$ doğrusu, $y = -x$ doğrusu üzerine $M(0,3)$ noktası merkez alınarak izdüşürülüyor.

- $A(0,2)$ noktasının resmini,
- $B'(1,-1)$ noktasının esasını,
- dönüşümün sıfır noktalarını bulunuz.

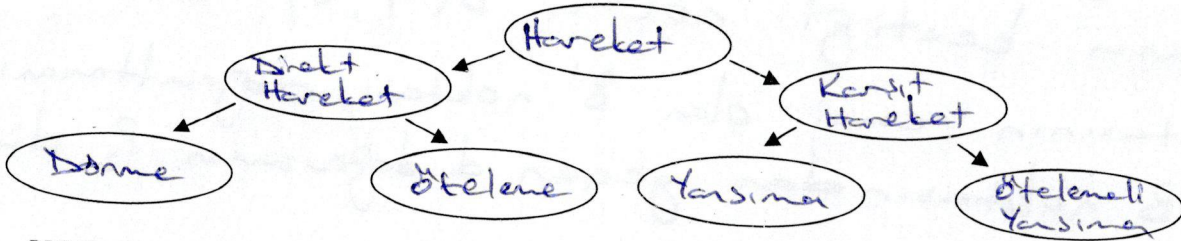
2) $P_1 \dots x + y + z - 2 = 0$ düzleminin $P_2 \dots x + y + z + 2 = 0$ düzlemi üzerine paralel izdüşümünde, $A(1,1,0)$ noktasının resmi $A'(3,3,-8)$ noktası olduğuna göre $B(2,2,-2)$ noktasının resmini bulunuz.

3) $T \dots \begin{cases} x' = x - y \\ y' = y \end{cases}$ dönüşümü veriliyor. Bu dönüşümün $d \dots x + y + 1 = 0$ doğrusu üzerindeki uzaklıkları nasıl değiştirdiğini araştırınız.

4) $R \dots \begin{cases} x' = x + y \\ y' = 2y - x \end{cases}$ dönüşümünü temel afin dönüşümlerin bileşkesi olarak yazınız.

5) $A \dots \begin{cases} x' = x + y + 1 \\ y' = x - y + 2 \end{cases}$ dönüşümünün afin dönüşüm olup olmadığını belirleyiniz. Eğer varsa A^{-1} ters dönüşümünü bulunuz.

6) Aşağıdaki tabloyu "direkt hareket, ötelemeli yansıma, hareket, dönme, öteleme, karşıt hareket, yansıma" kavramları ile doldurunuz.



NOT: Süre 90 dakikadır. 6. soru 10, diğerleri 18 puandır.

Başarılar dilerim.

1) a) A noktasının resmi, M ve A noktalarından geçen doğrunun $y = -x$ doğrusunu kestiği A' noktasıdır. M ve A dan geçen doğru $x = 0$ doğrusu olup bu doğrunun $y = -x$ doğrusunu kestiği nokta $A'(0,0)$ dir.

b) B' noktasının esası, M ve B' noktalarından geçen doğrunun $y = 2$ doğrusunu kestiği B noktasıdır. Bu doğrunun denklemini

$$\frac{y-3}{x} = \frac{4}{-1} \Rightarrow -4x = y-3 \Rightarrow 4x + y - 3 = 0$$

Bu doğrunun $y=2$ doğrusunun kestiği nokta $B(\frac{1}{4}, 2)$ noktasıdır.

2) $y=2$ doğrusuna paralel olan ve M noktasından geçen doğrunun $y=-x$ doğrusunun kestiği C noktası ve $y=-x$ doğrusuna paralel olan ve M noktasından geçen doğrunun $y=2$ doğrusunun kestiği D noktası sıfır noktalarıdır. Önce C noktasını bulalım:

$y=2$ ye paralel olan $M(0,3)$ noktasından geçen doğru $y=3$ olup bu doğrunun $y=-x$ doğrusunun kestiği nokta $C(-3,3)$ tür.

Şimdi de D noktasını bulalım:

$y=-x$ doğrusuna paralel olan $M(0,3)$ noktasından geçen doğru $y=-x+3$ olup bu doğrunun $y=2$ doğrusunun kestiği nokta $D(1,2)$ dir.

2) B noktasının resmi olan B' noktası, doğrultmanı $\vec{AA'}$ olan ve B noktasından geçen d doğrusunun P_2 düzlemini kestiği noktadır.

$$\vec{AA'} = A' - A = (2, 2, -8)$$

$$\Rightarrow d \dots \frac{x-2}{2} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+2}{-8} = t$$

$$\Rightarrow d \dots \begin{cases} x = 2+2t \\ y = 2+2t \\ z = -2-8t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$$

$$B' \in d \cap P_2 \Rightarrow 2+2t+2+2t-2-8t+2=0 \Rightarrow -4t+4=0 \Rightarrow t=1$$

$$\Rightarrow B'(2+2t, 2+2t, -2-8t) = (4, 4, -10)$$

$$3) P_i(x_i, y_i) \in d, i=1,2, \text{ olsun.}$$

$$\Rightarrow x_i + y_i + 1 = 0 \Rightarrow x_i = -1 - y_i, i=1,2 \quad (*)$$

$$d(P_1, P_2) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(-1 - y_2 + 1 + y_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \\ = \sqrt{2(y_2 - y_1)^2}$$

$$P_i \rightarrow P_i'(x_i', y_i') = T(P_i) = (x_i - y_i, y_i), i=1,2$$

$$d(P_1', P_2') = \sqrt{(x_2' - x_1')^2 + (y_2' - y_1')^2} = \sqrt{(x_2 - y_2 - x_1 + y_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \\ (*) = \sqrt{(1 - y_2 - y_2 + 1 + y_1 + y_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \\ = \sqrt{(2y_1 - 2y_2)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{5(y_2 - y_1)^2}$$

$$\Rightarrow d(P_1', P_2') = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}} d(P_1, P_2) = \frac{\sqrt{10}}{2} d(P_1, P_2)$$

$$4) a=1 \neq 0 \Rightarrow R_1 \dots \begin{cases} x' = ax + by = x + y \\ y' = y \end{cases}, R_2 \dots \begin{cases} x'' = x' \\ y'' = \frac{c}{a}x' + \frac{A}{a}y' \\ = -x' + 3y' \end{cases}$$

olmak üzere $R = R_2 R_1$ dir.

$$5) \Delta = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} = -2 \neq 0 \Rightarrow A \text{ afin dönüştürmedir.}$$

A afin dönüştürme olduğundan A^{-1} vardır.

$$\begin{aligned} x' &= x + y + 1 \\ + y' &= x - y + 2 \end{aligned}$$

$$x' + y' = 2x + 3 \Rightarrow x = \frac{x'}{2} + \frac{y'}{2} - \frac{3}{2}$$

$$x' = x + y + 1, x = \frac{x'}{2} + \frac{y'}{2} - \frac{3}{2} \Rightarrow y = x' - x - 1 = x' - \frac{x'}{2} - \frac{y'}{2} + \frac{3}{2} - 1 \\ = \frac{x'}{2} - \frac{y'}{2} + \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow A^{-1} \dots \begin{cases} x = \frac{x'}{2} + \frac{y'}{2} - \frac{3}{2} \\ y = \frac{x'}{2} - \frac{y'}{2} + \frac{1}{2} \end{cases}$$